

1 Einleitung

In diesem Artikel soll darum gehen, ein FTL-Antriebskonzept vorzustellen, das sich auf der Grundlage der kanonischen Quantengravitation (KQG) entwickeln lässt. Bekanntlich gibt es bislang keine vollständige Theorie der Quantengravitation, die die Quantentheorie mit der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) verbindet, wohl aber gibt es bereits eine Reihe von Ansätzen zu einer solchen. Die KQG, die bis in die 60er des 20. Jhdts. zurückreicht, und u.a. die Basis für die Quantenkosmologie und die Loop-Quantengravitation bildet, ist einer davon. Aus ihr kann ein interessantes Verständnis von der Natur der Raumzeit abgeleitet werden, aus dem sich Möglichkeiten zur Realisierung eines FTL-Antriebs ergeben.

2 Der Raumzeitbild der kanonischen Quantengravitation

Ausgangspunkt der KQG ist der Versuch, eine quantengravitative Wellenfunktion aufzustellen. Dazu konstruiert man auf der 4-dim. Raumzeit $\mathcal{M}$ zunächst ein geeignetes Koordinatensystem mit einer Zeitkoordinate t und zerlegt die Raumzeit in einen Stapel raumartiger Hyperflächen Σ , von denen jede durch $t = \text{const}$ definiert wird. In der klassischen Theorie ist auf jeder Hyperfläche eine Vierermetric $g_{\mu\nu}(x), x \in \Sigma$ gegeben, was zunächst die Vermutung nahelegt, dass die Vierermetric ein Parameter der Wellenfunktion ist, die Wellenfunktion somit von der Form $\Psi[g_{\mu\nu}(x), \dots]$ ist. Es stellt sich jedoch heraus, dass dem nicht so ist. In der Quantentheorie gilt, dass eine Größe, um Parameter der Wellenfunktion zu sein, in der klassischen Theorie eine dynamische Variable sein muss, was bedeutet, dass ihre Zeitableitung in die Lagrange-Funktion bzw. Lagrange-Dichte $\mathcal{L}$ eingeht.

In der ART ist der Gravitationsanteil an der Lagrange-Dichte nun gerade durch den Ricci-Skalar gegeben, $\mathcal{L}_{grav} = R$, und man kann zeigen, dass in diesen an Zeitableitungen der Vierermetric nur die der Dreiermetric $h_{ij} = g_{ij}, i, j = 1, 2, 3$ eingehen, nicht aber die der Komponenten g_{00} und g_{0i} :

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{g}_{00}} = 0, \quad \frac{\partial R}{\partial \dot{g}_{0i}} = 0$$

Folglich geht statt der Vierer- die Dreiermetric in die Wellenfunktion ein: $\Psi = \Psi[h_{ij}(x), \dots]$. Bei genauerer Betrachtung erscheint das auch sinnvoll: man hat die Raumzeit in raumartige Hyperflächen zerlegt, und die Geometrie jeder Hyperfläche Σ für sich betrachtet, ohne Berücksichtigung ihrer Zugehörigkeit zur Raumzeit $\mathcal{M}$, wird vollständig durch eine Dreiermetric beschrieben. Hier deutet sich bereits das Bild an, dass die einzelne Hyperfläche der Position eines klassischen Teilchens zu einem bestimmten Zeitpunkt t vergleichbar ist, und die Raumzeit entsprechend eine Art Bahnkurve darstellt.

Als weiterer Parameter in der Wellenfunktion tritt ein Satz nicht-gravitativer Felder $\Phi_i(x), x \in \Sigma$ auf, die auf der jeweiligen Hyperfläche Σ definiert sind.

Damit hat die Wellenfunktion die Form $\Psi = \Psi[h_{ij}(x), \Phi_i(x)]$. Als ungewöhnlich anmutendes Resultat stellt sich außerdem heraus, dass die Wellenfunktion nicht zeitabhängig ist:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0$$

Dies ist eine Konsequenz der Reparametrisierungsinvarianz der ART: die Zeitkoordinate t kann einer beliebigen Koordinatentransformation $t \rightarrow t' = t'(t)$ unterzogen werden, ohne dass sich die Physik ändert. Es stellt sich damit natürlich unmittelbar die Frage, wie eine zeitunabhängige Wellenfunktion mit der unbestreitbaren Beobachtung, dass in der Natur eine Zeitentwicklung zu sehen ist, zusammenpassen soll.

Die Antwort darauf wird von der Reparametrisierungsinvarianz selbst geliefert. Die Zeitkoordinate t hat nur geringe Bedeutung, physikalisch relevant sind nur Zeitabläufe, die durch wie auch immer geartete Uhren angezeigt werden. Diese aber sind vollständig durch die Dreiermetriken $h_{ij}(x)$ und Felder $\Phi_i(x)$ auf den raumartigen Hyperflächen Σ festgelegt, die die Raumzeit bilden. Carlo Rovelli, einer der führenden Vertreter der Loop-Quantengravitation, illustriert dies an einem stark vereinfachten Beispiel: man stelle sich ein expandierendes Universum vor, dessen Dreiergeometrie durch einen mit der Zeit anwachsenden Skalenfaktor $a(t)$ gegeben ist, und das von einem homogenen Feld φ erfüllt ist, das sich periodisch mit der Zeit ändert, $\varphi = \varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t)$. Die Entwicklung dieses Beispieluniversums wird dann vollständig durch die Größen a und φ beschrieben, der Zeitparameter t erweist sich als überflüssiges Hilfskonstrukt. Statt zu sagen, der Skalenfaktor wachse mit voranschreitender Zeit t , kann man ebensogut davon sprechen, dass der Skalenfaktor mit der Anzahl der periodischen Änderungen des Feldes zunimmt.

Es zeichnet sich nunmehr folgendes Bild ab: die Wellenfunktion ist eine Funktion auf einem abstrakten Raum, dem "Superraum", von dem jeder "Punkt" einer Hyperfläche mit einer Konfiguration $\{h_{ij}(x), \Phi_i(x)\}$ entspricht. Die klassische Raumzeit $\mathcal{M}$ beschreibt einen Pfad

$$\Gamma : \lambda \rightarrow \{h_{ij}(x), \Phi_i(x) | x \in \Sigma\}_\lambda$$

in diesem Superraum. Alle Eigenschaften der Raumzeit sind durch die Punkte auf dem Pfad festgelegt, so auch die Vierermetrik $g_{\mu\nu}(x)$: in jedem einzelnen Punkt, d.h. auf jeder einzelnen Hyperfläche, ist zwar nur eine Dreiermetrik gegeben, die Abfolge der Dreiermetriken und Felder auf dem Pfad definiert jedoch eine Vierermetrik, ähnlich wie in der Punktteilchenmechanik die aufeinander folgenden Teilchenpositionen auf der Bahnkurve $x(t)$ eine Geschwindigkeit $\dot{x} = dx/dt$ definieren. Die Vierermetrik ist folglich eine Art Ableitung der Konfiguration $\{h_{ij}(x), \Phi_i(x)\}$ nach dem Pfadparameter λ , der hier absichtlich nicht als Zeit bezeichnet wird: Zeitabläufe werden wie gesehen erst durch den Pfad selbst generiert.

Üblicherweise verknüpft man in der KQG Pfad und Wellenfunktion entsprechend der Feynmanschen Pfadintegralmethode: statt dass wie in der klassischen

Physik nur ein einziger Pfad durchlaufen wird, werden alle möglichen Pfade realisiert, wobei jedem einzelnen Pfad Γ ein Phasenfaktor $\exp(iS[\Gamma]/\hbar)$ zugeordnet wird. $S[\Gamma]$ ist die *Wirkung* auf dem Pfad, die mit der eingangs besprochenen Lagrange-Dichte $\mathcal{L}$ zusammenhängt. Es gilt:

$$S[\Gamma] = \int_{\Gamma} d\lambda \int_{\Sigma_{\lambda}} d^3x \sqrt{-g} \mathcal{L}$$

Man integriert die Lagrange-Dichte über den Raum, um auf die Lagrange-Funktion zu kommen, und diese dann über den Pfad, und erhält so die Wirkung. Zu beachten ist, dass $\mathcal{L}$ nicht auf der isoliert vom Pfad betrachteten Hyperfläche definiert ist, sondern die Zugehörigkeit zum Pfad berücksichtigt werden muss, da in $\mathcal{L}$ Ableitungen nach dem Pfadparameter (der Koordinatenzeit) eingehen. g ist die Determinante der Vierermetrik, die ebenfalls nur unter Berücksichtigung des Pfades definiert ist. Im Feynmanschen Pfadintegral tragen hauptsächlich diejenigen Pfade bei, deren Wirkung nahe an der des klassischen Pfades liegt, für den die Wirkung minimal ist, was sich darin äußert, dass sie sich unter Variationen $\delta\Gamma$ des Pfades nicht ändert:

$$\delta S[\Gamma]/\delta\Gamma = 0$$

Pfade mit geringer Wirkung verlaufen dabei vorzugsweise durch Punkte, an denen das Betragsquadrat $|\Psi[h_{ij}(x), \Phi_i(x)]|^2$ der Wellenfunktion groß ist, Pfade mit hoher Wirkung und geringem Beitrag zum Pfadintegral entsprechend hauptsächlich durch Punkte, wo das Betragsquadrat der Wellenfunktion nur klein ist. Auf diese Weise hängen Wellenfunktion und Pfadintegral zusammen.

Im folgenden soll es immer nur um einen einzigen Pfad gehen, der entweder dem klassischen Pfad entspricht oder nahe an diesem verläuft, d.h. dessen Wirkung nahe am Minimum liegt.

3 Der Antrieb

3.1 Die absolute Gleichzeitigkeit

In der speziellen Relativitätstheorie würden überlichtschnelle Reisen aufgrund der Relativität der Gleichzeitigkeit und der Gleichberechtigung aller Inertialsysteme zu kausalen Schleifen führen. Will man FTL-Reisen erlauben und dennoch kausale Schleifen vermeiden, muss man eine absolute Gleichzeitigkeit annehmen, die ein bevorzugtes Bezugssystem auszeichnet, und damit das Relativitätsprinzip fallenlassen. Im klassischen Raumzeit-Verständnis wäre das problematisch, im Bild der KQG aber ergibt es sich fast von alleine: da die Raumzeit nicht fundamental ist, sondern aus einer Abfolge von raumartigen Hyperflächen, einem Pfad im Superraum, aufgebaut wird, ist auch eine absolute Gleichzeitigkeit festgelegt. Zwei Ereignisse sind gleichzeitig, wenn sie der gleichen Hyperfläche, respektive dem gleichen Punkt im Superraum, angehören. Kausale Schleifen kann es nur dadurch geben, dass der Pfad selbst Schleifen durchläuft, was sich durch die Festlegung, dass er ebendies nicht tut, ausschließen lässt.

Theorien, die auf der KQG aufbauen und dennoch an der Relativität der Gleichzeitigkeit festhalten, müssen zusätzliche Annahmen enthalten, die sicherstellen, dass die absolute Gleichzeitigkeit verborgen bleibt. Wir aber, die wir gerade daran interessiert sind, einen FTL-Antrieb zu realisieren, sind auf solche Annahmen nicht angewiesen. Angemerkt sei, dass eine absolute Gleichzeitigkeit nur wenig an der Diffeomorphismus-Invarianz aus der ART, der freien Wählbarkeit des Koordinatensystems, ändert. Sie legt nur fest, welche raumartigen Hyperflächen vorzugsweise durch $t = \text{const}$ zu beschreiben sind, der übrige Freiraum bei der Konstruktion von Koordinatensystemen wird nicht angetastet, selbst die Koordinatenzeitdifferenz zwischen zwei Hyperflächen bleibt frei umtransformierbar. Wie wir oben gesehen haben, äußert sich das gerade in der Zeitunabhängigkeit der Wellenfunktion.

3.2 Pfade mit Überlichtgeschwindigkeiten

Das Raumzeitbild der KQG ist aber in noch einer weiteren Hinsicht für FTL-Antriebe interessant. Da mit der Raumzeit auch die Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$ nicht fundamental ist, ist die Physik nicht an diese gebunden, und folglich auch nicht an die mit ihr zusammenhängende Grenze der Lichtgeschwindigkeit.