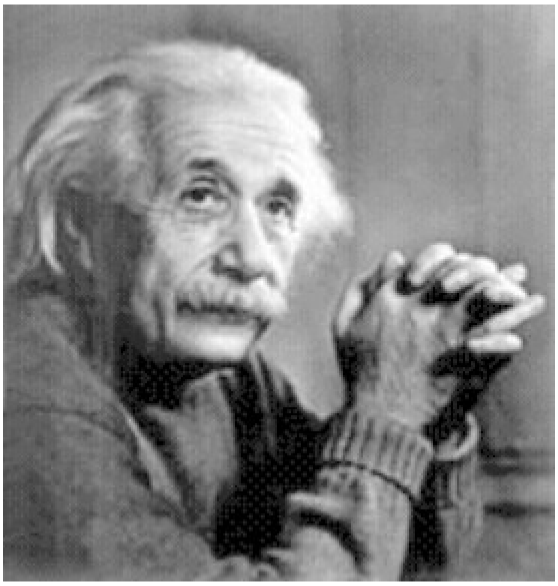


Einblicke in die

Einsteinsche

Relativitätstheorie

Einblicke in die Einsteinsche Relativitätstheorie

Facharbeit Physik von Wolfgang Scholl

Inhalt:

Das Unverständlichste am Universum ist im Grunde, dass wir es verstehen können.
Albert Einstein

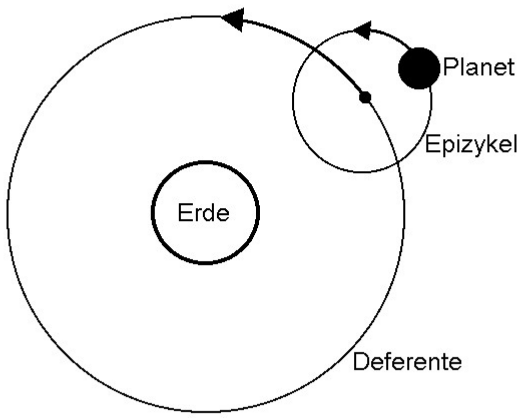
0. Vorwort

Die Einsteinsche Relativitätstheorie wird als Grundstein der modernen Physik gesehen, und das ist bestimmt keine Übertreibung. $E = mc^2$ ist wohl die bekannteste Formel weltweit und wird von vielen Menschen mit Albert Einstein und seiner Theorie verknüpft; Aber wahrscheinlich wissen die wenigsten genauer, worum es in der Relativitätstheorie eigentlich geht.
Mit dieser Arbeit möchte ich versuchen, Einsteins revolutionäre Theorien und Erkenntnisse möglichst einfach und anschaulich darzustellen, und vielleicht auch ein bisschen Bewunderung für einen genialen Kopf und sein Lebenswerk zu wecken - ein Werk, für das er 1921 den Nobelpreis erhielt, und das auch heute, nach fast 100 Jahren noch Gültigkeit hat.

1. Das physikalische Weltbild vor der Relativitätstheorie

1.1. Ptolemäus, Kopernikus und Galilei

Die Entstehungsgeschichte der Relativitätstheorie beginnt nicht etwa mit Albert Einstein, wie man vermuten könnte. Schon viel früher machten sich Philosophen und Physiker Gedanken und entwickelten Theorien darüber, wie das Universum beschaffen sei. Zum ersten Mal beschäftigte sich Claudius Ptolemäus, griechischer Physiker, im zweiten Jahrhundert n. Chr. mit dieser Materie. Seiner Meinung nach steht die Erde still und bildet den Mittelpunkt des Universums, während sich Sonne und Planeten auf Kreisbahnen um sie herum bewegen.
Die Sterne, glaubte er, seien Fixsterne und an einer kugelförmigen Sphäre befestigt. Seine Theorie unterstützte Ptolemäus mit zwei für die damalige Zeit logisch klingenden Argumenten:
1. Aristoteles behauptete bereits 500 Jahre zuvor, dass alle Himmelskörper zum Mittelpunkt des Universums fallen; Nun konnte man täglich beobachten, dass alles senkrecht auf die Erde, also in Richtung Erdmittelpunkt fiel - Ptolemäus folgerte daraus, dass der Mittelpunkt der Erde gleichzeitig der des Universums sein muss.
2. Wenn man einen Stein senkrecht hochwirft, fällt dieser an derselben Stelle wieder herunter. Hieraus schloss er, dass sich die Erde nicht unter dem Stein wegbewegt oder dreht, also völlig stillstehen muss.
Für die damalige Zeit waren das schlagende Beweise, man hatte noch keine Ahnung von Gravitationsgesetzen, wie Newton sie viel später erforschte.
Allerdings gab es ein Problem: Man konnte beobachten, dass die Planeten zeitweise ihre Bewegungsrichtung über den Himmel änderten. Zur Begründung dieser Erscheinung entwickelte Ptolemäus die Theorie der „Epizykel". Diese behauptete, „dass ein Planet sich auf einer Kreisbahn (Epizykel) bewegt, dessen Mittelpunkt wiederum auf einer Umlaufbahn um die Erde (Deferente) kreist." [Zitat 2/13]



Das sogenannte ptolemäische System blieb für Jahrhunderte ein unangefechtetes Dogma, das von der katholischen Kirche anerkannt wurde.
Erst 1300 Jahre später stellte Nikolaus Kopernikus dieses Weltbild in Frage. Inzwischen konnten die Astronomen dank fortgeschrittener Technik die Position eines Planeten mit einer sehr viel höheren Genauigkeit bestimmen, es stellte sich heraus, dass die ptolemäische Epizykeltheorie kaum noch in der Lage war, die Planetenbahnen sicher vorauszusagen. Kopernikus war unzufrieden mit den alten Theorien, er meinte, dass alles viel einfacher sein müsse. Seine Nachforschungen ergaben, dass man schon im alten Griechenland über ein heliozentrisches Universum nachgedacht hatte, also ein System mit der Sonne im Mittelpunkt, um die sich die Erde und alle anderen Planeten drehen - eine Idee, die ihm plausibel erschien.

Außerdem, behauptete er, drehe sich die Erde um sich selbst. Kopernikus stellte neue Berechnungen an und fand Hinweise, die auf die Richtigkeit seiner Annahmen hindeuteten. Trotzdem war das neue System wieder ziemlich kompliziert, was wohl hauptsächlich daran lag, dass auch Kopernikus von kreisförmigen Planetenbahnen ausging und noch nicht von elliptischen. Um sich nicht den Zorn der Kirche zuzuziehen, sah Kopernikus von einer Veröffentlichung seiner 1543 niedergeschriebenen Erkenntnisse ab.
90 Jahre später griff Galileo Galilei die kopernikanische Theorie wieder auf, mittlerweile war das Teleskop erfunden, und mit dessen Hilfe konnte Galilei die Vermutungen von Kopernikus beweisen. Aus Angst vor der Inquisition veröffentlichte er seine Ergebnisse nur indirekt, er schrieb ein Buch, in dem drei Freunde über die verschiedenen Weltbilder diskutieren. Das Buch war ein Erfolg - bis die Kirche zu der Einsicht kam, Galilei verfechte in Wirklichkeit die Theorie des Kopernikus. Man stellte ihn vor ein Inquisitionsgericht und zwang ihn zum Widerruf. Erst 1984, also gerade mal vor 16 Jahren, wurde Galilei vom Vatikan rehabilitiert.
Nachdem die Erde also nicht mehr als Mittelpunkt des Universums gesehen wurde und somit Aristoteles' Theorie, dass alles dorthin falle, widerlegt war, suchte man nach einer Erklärung für die Erdanziehung. Isaac Newton prägte den Begriff der „universellen Gravitation“ und formulierte mit den „Gesetzen der fallenden Körper“ wichtige Formeln zur Berechnung der Erdanziehung.
Im 17. Jahrhundert gelang es Johannes Kepler, Kopernikus' größtes Problem zu lösen: Er erkannte, dass sich die Planeten auf Ellipsen um die Sonne drehen.
Wenig später stellten die Wissenschaftler fest, dass auch die Sonne nichts Besonderes oder gar den Mittelpunkt des Universums darstellt, sondern nur ein Stern unter unzählig vielen anderen ist. [2/11-19,4]

1.2. Die Suche nach dem Äther

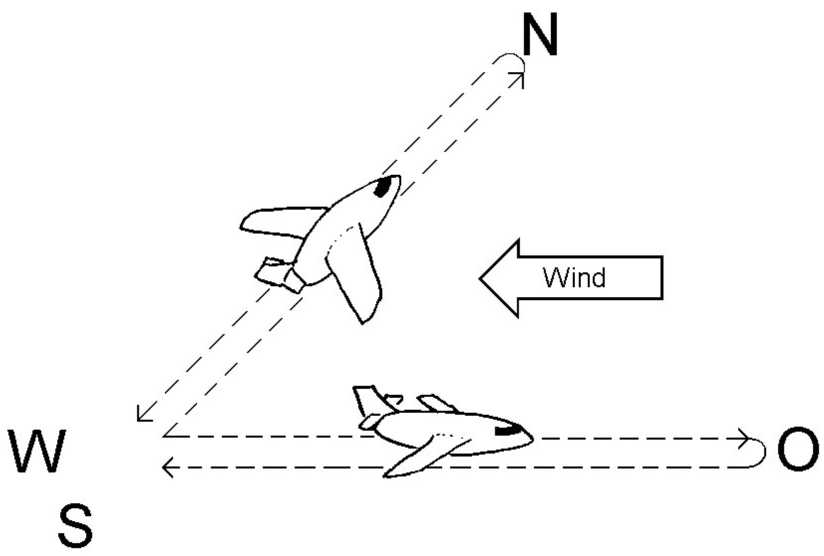
Wie bewegt sich das Licht der Sterne durch den leeren Raum des Weltalls? Diese Frage versuchten die Physiker des 19. Jahrhunderts zu beantworten. Und das Ergebnis war ein elementarer Schritt hin zur Relativitätstheorie.
Thomas Young (1800) und Augustin Fresnel (1814) hatten bereits herausgefunden und bewiesen, dass das Licht eine Welle ist. James Clerk Maxwell entwickelte 1862 die elektromagnetische Theorie des Lichts, die besagt, dass das Licht aus einem elektrischen Feld und einem Magnetfeld besteht, die rechtwinklig zueinander verlaufen.
Man wusste, dass jede Welle ein Medium braucht, in dem sie sich fortpflanzt. Am Beispiel des Wassers wird das deutlich: Wirft man einen Stein (Erreger) ins Wasser (Medium), breitet sich eine Welle ringförmig aus. Es wird hierbei nur die Wellenenergie übertragen, die Wassermoleküle geraten in vertikale Schwingungen, aber sie bewegen sich nicht von der Stelle. Wäre kein Medium vorhanden, könnte sich auch keine Welle ausbreiten.
Man wusste aber auch, dass im Weltall nichts ist, dass dort ein Vakuum herrscht. Wenn das Licht nun eine Welle ist, so schlossen die Physiker, dann muss es auch ein Medium geben, in dem es sich fortpflanzt; Dieses Medium muss den ganzen Weltraum ausfüllen und auch auf der Erde die Materie durchdringen. Andernfalls wäre es unmöglich zu erklären, wie Licht z.B. durch eine Fensterscheibe dringen kann. Sie nannten dieses Medium „Äther“, wie schon die alten Griechen. Nun kann der Mensch den Äther mit keinem seiner Sinne wahrnehmen, also machten sich die Physiker daran, ihn zu finden und zu beweisen.
Man ging davon aus, dass der Äther absolut still steht und dass sich sämtliche Himmelskörper darin herumbewegen wie Flugzeuge in der Luft. Wenn man experimentell die Geschwindigkeit messen könnte, mit der sich die Erde durch den Äther bewegt, wäre dessen Existenz gleichzeitig bewiesen. [2/19-22,4]

1.3. Das Michelson-Morley-Experiment

Um die Geschwindigkeit, mit der sich die Erde durch den ruhenden Äther bewegt herauszufinden, kann man einfach die Geschwindigkeit, mit der der Äther an der Erde vorbeiweht (Ätherwindgeschwindigkeit) messen - die beiden Werte sind verständlicherweise gleich.
Mit dem Ziel, diese Ätherwindgeschwindigkeit zu bestimmen, ersann Albert Abraham Michelson ein Experiment, das er mit Edward Williams Morley im Jahr 1887 durchführte, bekannt wurde es als das „Michelson-Morley-Experiment“. Mit einem Vergleich lässt es sich leichter verstehen:

Vergleich [nach 2]

Ein Modellflugzeug fliegt bei Windstille 10km/h. In unserem Experiment weht ein Wind von Ost nach West mit 6km/h. Das Flugzeug fliegt erst 2km nach Osten und 2km zurück nach Westen, dann 2km nach Norden und 2km zurück nach Süden. Es wird jeweils die Zeit gestoppt, die es für die Flüge benötigt, man kann die Ergebnisse aber auch mathematisch berechnen.



Fliegt das Flugzeug gegen den Wind nach Osten, hat es relativ zur Erde eine Geschwindigkeit von 10km/h - 6km/h = 4km/h. Fliegt es mit dem Wind nach Westen, beträgt die Geschwindigkeit 10km/h + 6km/h = 16km/h. Daraus ergibt sich folgende Flugzeit für beide Strecken:

$$t_p = \frac{s}{v_{pO}} + \frac{s}{v_{pW}} = \frac{s}{f-w} + \frac{s}{f+w} = \frac{2km \cdot h}{(10-6)km} + \frac{2km \cdot h}{(10+6)km} = \frac{1}{2}h + \frac{1}{8}h = \frac{5}{8}h$$

Fliegt das Flugzeug nach Norden, muss es in Wirklichkeit schräg gegen den Wind anfliegen um nicht abgetrieben zu werden. Mit Hilfe des Satzes des Pythagoras lässt sich die Endgeschwindigkeit bestimmen:

$$f^2 = v_s^2 + w^2 \Leftrightarrow v_s = \sqrt{f^2 - w^2} = \sqrt{(10km/h)^2 - (6km/h)^2} = 8km/h$$

Für den Flug nach Süden ist die Geschwindigkeit dieselbe. Daraus ergibt sich folgende Flugzeit für beide Strecken:

$$t_s = \frac{2s}{v_s} = \frac{2s}{\sqrt{f^2 - w^2}} = \frac{2 \cdot 2km}{\sqrt{(10km/h)^2 - (6km/h)^2}} = \frac{1}{2}h$$

Ergebnis: Parallel zum Wind benötigt das Modellflugzeug etwas länger als quer zum Wind. Aus diesen drei Formeln kann man durch Umformungen leicht eine neue für die Windgeschwindigkeit ableiten, abhängig von den zwei verschiedenen Flugzeiten:

1.

$$\Leftrightarrow f^2 = w^2 + v^2$$
$$\Leftrightarrow w^2 = f^2 - v^2$$
$$\Leftrightarrow w^2 = f^2 (1 - \frac{v^2}{f^2})$$
$$\Leftrightarrow w = f\sqrt{1 - \frac{v^2}{f^2}}$$

w Windgeschwindigkeit
f Fluggeschwindigkeit bei Windstille
s Flugstrecke
$v_{pW/O}$ Fluggeschwindigkeit parallel zum Wind nach Westen / Osten
v_s Fluggeschwindigkeit senkrecht zum Wind
t_p Flugzeit parallel zum Wind
t_s Flugzeit senkrecht zum Wind

2.

$$\Leftrightarrow t_p = \frac{s}{f-w} + \frac{s}{f+w}$$
$$\Leftrightarrow t_p (f-w)(f+w) = s(f+w) + s(f-w)$$
$$\Leftrightarrow t_p = \frac{2sf}{f^2 - w^2} = \frac{2sf}{v^2}$$

3.

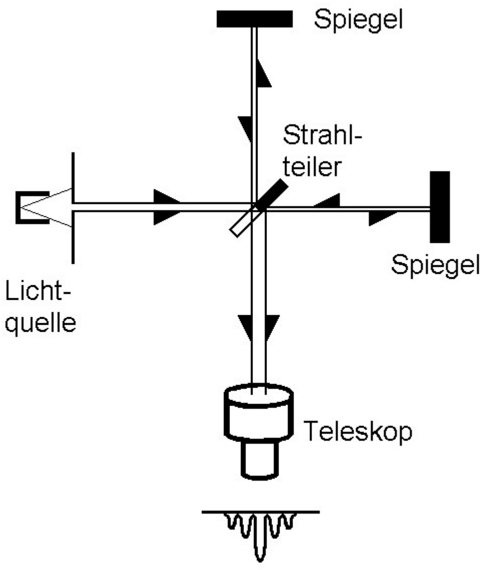
$$t_s = \frac{2s}{v}$$

Ergebnis:

$$\frac{t_s}{t_p} = \frac{2sv^2}{2svf} = \frac{v}{f} \Leftrightarrow \frac{t_s^{\,2}}{t_p^{\,2}} = \frac{v^2}{f^2}$$

$$\Rightarrow w = f\sqrt{1 - \frac{t_s^{\,2}}{t_p^{\,2}}}$$

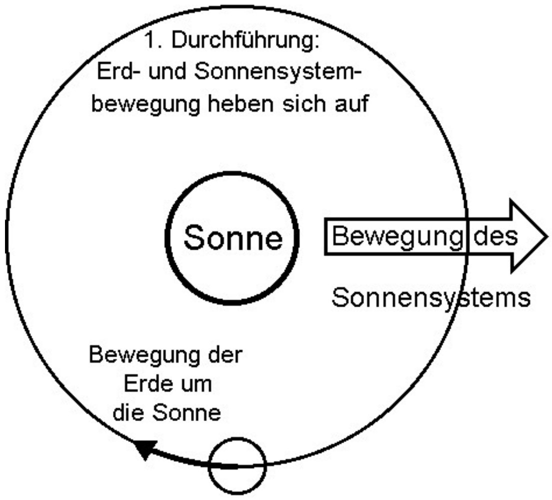
Nun kann man die Parallelen zum Michelson-Morley-Experiment ziehen: Das Flugzeug wird ersetzt durch das Photon eines Lichtstrahls, die Luft durch den Äther und der Wind durch den Ätherwind.
Michelson und Morley entwickelten eine Versuchsanordnung, die sie „Inferometer“ nannten. Hierin fliegt ein Photon eine gewisse Strecke gegen den Ätherwind und zurück. Gleichzeitig fliegt ein anderes Photon die gleiche Strecke quer zum Ätherwind und zurück. Analog zum Flugzeugvergleich müsste das erste Photon ein winziges bisschen länger als das zweite benötigen. Könnte man jetzt die Flugzeiten der beiden Photonen messen und sie in unsere Formel einsetzen, so erhielte man als Ergebnis die gesuchte Ätherwindgeschwindigkeit!
Das Problem: Photonen sind viel zu schnell (Lichtgeschwindigkeit), als dass man ihre Flugzeit messen könnte. Aber Michelson und Morley ersannen einen Versuchsaufbau, mit dem sie dieses Problem umgehen konnten.

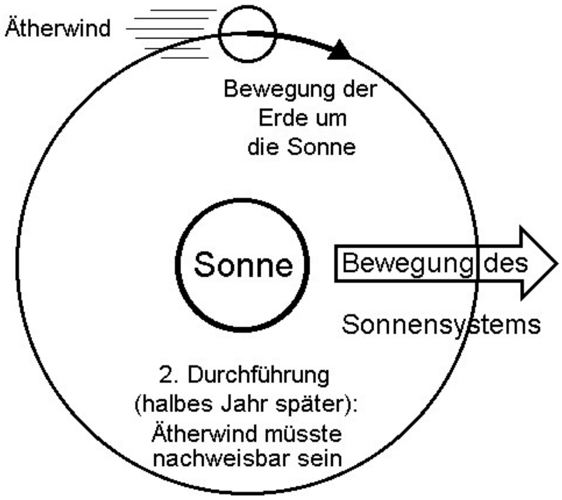


Ein Lichtstrahl wird von einem teildurchlässigen Spiegel in zwei Strahlen aufgeteilt, der erste verläuft quer zum Ätherwind, wird nach einer bestimmten Strecke gerade zurückgespiegelt und fällt in ein Teleskop, der zweite verläuft parallel zum Ätherwind, wird nach exakt der gleichen Strecke zurückgespiegelt und zuletzt in das Teleskop geleitet. Die Entfernung, die beide Lichtstrahlen zurücklegen müssen ist also genau gleich. Wenn man die Erkenntnisse aus dem Flugzeugvergleich auf das Inferometer überträgt, braucht der parallel zum Ätherwind verlaufende Strahl einen winzigen Bruchteil einer Sekunde mehr als der andere. Betrachtet man die beiden ankommenden Lichtstrahlen wieder als Wellen, so sind die beiden zeitlich verschoben eintreffenden Strahlen leicht phasenverschoben - als Folge müsste im Teleskop ein Interferenz- also Streifenmuster zu sehen sein. Aus den Abständen der Lichtstreifen könnte man jetzt mittels komplizierter Formeln den Zeitunterschied der beiden Lichtstrahlen und daraus die Ätherwindgeschwindigkeit errechnen! Diese Formeln wollen wir uns hier ersparen, und zwar aus einem einfachen Grund: Das Michelson-Morley-Experiment misslang.
Die beiden Physiker entwickelten ein Inferometer, in dem die Lichtstrahlen nicht nur einmal, sondern mehrere Male hin und her gespiegelt wurden, somit wurde die zurückzulegende Strecke um ein Vielfaches größer, wovon man sich eine höhere Genauigkeit versprach. Außerdem war das Inferometer erschütterungssicher auf einem großen Sandsteinquader befestigt, der sich wie ein Karussell drehen ließ, aus dem einfachen Grund: Niemand wusste, aus welcher Richtung der Ätherwind kommen sollte, mit Hilfe der Drehvorrichtung konnte man alle Möglichkeiten ausprobieren. Trotzdem war das Experiment nicht von Erfolg gekrönt, egal in welche Richtung man das Inferometer ausrichtete - Es zeigte sich nie ein Streifenmuster, sondern immer gleichmäßiges Licht; Die Lichtstrahlen trafen also offensichtlich nicht phasenverschoben, sondern gleichphasig und zeitgleich ein.

Nun tat sich die Frage auf, warum das vorhergesagte Ergebnis nicht eintraf. Die Wissenschaftler stellten verschiedene Theorien auf, um das Misslingen zu erklären:

1. Michelson: Der Ätherwind ließ sich nicht nachweisen, da die Bewegung des Sonnensystems durch den Äther und die der Erde um die Sonne sich zum Zeitpunkt des Experiments gerade gegenseitig aufhoben - die Erde stand also relativ zum Äther tatsächlich still. Diese Vermutung erwies sich als falsch, da das Experiment auch ein halbes Jahr später dieselben Ergebnisse lieferte.





2. Michelson: Der Äther staut sich vor der Erde auf, hat so die gleiche Geschwindigkeit wie diese und ist somit auf der Erdoberfläche gar nicht messbar. Doch auch diese Vermutung konnte experimentell widerlegt werden.
3. George Francis Fitzgerald (1892) und Hendrik Antoon Lorentz (1895) hatten dieselbe Vermutung, die im nächsten Kapitel genauer beschrieben werden soll. [1/344,2/24-39]

1.4. Lorentz und Fitzgerald

Diese beiden Physiker hatten eine völlig neue und abenteuerlich klingende Vermutung, warum das Michelson-Morley-Experiment nicht funktioniert hatte. Sie glaubten, dass sich sämtliche Materie in Ätherwindrichtung verkürzt und quasi „zusammengequetscht" wird, und zwar um so stärker, je größer die Geschwindigkeit relativ zum Äther ist. Somit würde auch das Inferometer in Ätherwindrichtung verkürzt, und zwar genau so stark, dass der kleine Zeitunterschied zwischen den beiden Lichtstrahlen ausgeglichen wird und die beiden Lichtstrahlen gleichzeitig im Teleskop eintreffen. Warum aber kann man nicht einfach die neue Entfernung messen? - Nun, natürlich schrumpft auch das Maßband in Ätherwindrichtung, so dass sich die Verkürzung nicht nachweisen lässt.

Lorentz stellte vier Gleichungen auf, die diese Theorie beschreiben:

1. für Abstand Strahlteiler – Spiegel parallel zum Ätherwind:

$$s_{verkürzt} = s_{gemessen}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Diese Gleichung beschreibt die Verkürzung in Ätherwindrichtung. Sie erinnert stark an die, mit der Michelson und Morley die Ätherwindgeschwindigkeit berechnen wollten, aus dem einfachen Grund: Die Zeit, die das parallel zum Ätherwind fliegende Photon mehr benötigt als das andere, wird durch diese Verkürzungsformel immer genau ausgeglichen, so dass beide Photonen gleichzeitig ankommen.

2. für Abstand Strahlteiler – Spiegel quer zum Ätherwind:

$$s_{verkürzt} = s_{gemessen}$$

3. für Abstand Strahlteiler – alles darüber oder darunter:

$$s_{verkürzt} = s_{gemessen}$$

Die drei ersten Gleichungen zusammen sagen aus, dass alles nur in Ätherwindrichtung schrumpft, die zwei

anderen Dimensionen bleiben unverändert.
Lorentz glaubte, dass es unmöglich sei, experimentell eine Veränderung der Lichtgeschwindigkeit je nach Richtung zum Ätherwind festzustellen (was Michelson und Morley versucht hatten). Trotzdem glaubte er, dass sich alles in Ätherwindrichtung verkürzt. Das warf ein kompliziertes Problem auf: Wie können zwei Photonen, die beide mit gleicher konstanter Lichtgeschwindigkeit fliegen in der gleichen Zeit verschieden lange Strecken (eine davon verkürzt) zurücklegen? Um diese „Ungleichung" in eine Gleichung zu verwandeln, musste Lorentz noch einen zusätzlichen Faktor mit einbeziehen. Die Geschwindigkeit ist immer Lichtgeschwindigkeit, Strecken verkürzen sich aber in Ätherwindrichtung - übrig bleibt die Zeit. Lorentz schloss, dass für den Lichtstrahl parallel zum Ätherwind eine andere Zeit gelten müsse, er nannte sie „künstliche Zeit". Diese künstliche Zeit beschrieb er mit einer vierten Gleichung:
4. für die Zeit:

$$t_{künstlich} = t_{gemessen}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

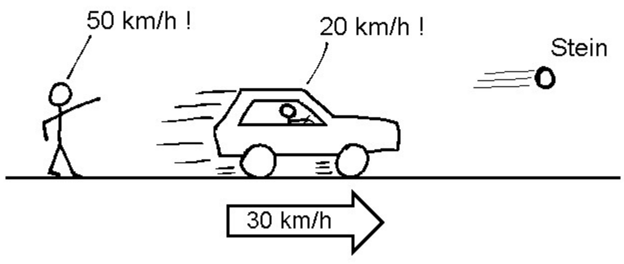
Solange die Geschwindigkeit des Michelson-Morleley-Inferometers relativ zum Äther gering ist, weicht die künstliche Zeit nicht in nennenswertem Maße von der „normalen" Zeit ab, wohl aber, wenn sich die Geschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit nähert.
Diese Theorie strapaziert die menschliche Vorstellungskraft, aber anscheinend gab es keine einfachere Erklärung. „Die einzige Alternative war, das Konzept des Äthers völlig abzuschaffen. Was aber sollte ihn ersetzen?" [Zitat 2/49] 1905 kam Albert Einstein auf die Lösung. [2/40-49]

2. Die spezielle Relativitätstheorie

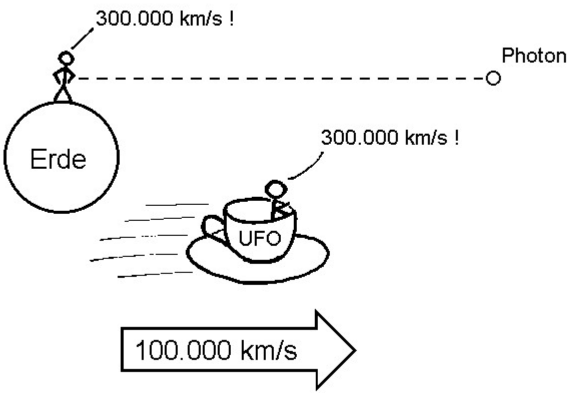
2.1. Lichtgeschwindigkeit

Bei der Entwicklung seiner Relativitätstheorie ging Albert Einstein von zwei Thesen aus, auf die bisher noch keiner der anderen Forscher gekommen war:
1. These: Das Relativitätsprinzip
Das Universum ist so beschaffen, dass man nie herausfinden kann, mit welcher Geschwindigkeit sich die Erde durch einen absolut stillstehenden „Äther" bewegt (falls es so etwas überhaupt gibt). Man kann nur messen, wie ihre Bewegung relativ zu anderen Inertialsystemen ist. In einem Inertialsystem folgt alles dem Trägheitsprinzip, es bewegt sich also alles mit derselben Geschwindigkeit in dieselbe Richtung (Beispiele: andere Sterne, Kometen, oder auch eine Rakete, die geradlinig durch das Weltall fliegt). Da man also kein „Haupt"-Inertialsystem ausmachen kann, sind alle Inertialsysteme zur Beschreibung von Naturvorgängen gleichberechtigt und für jedes gelten die gleichen Naturgesetze und somit auch dieselben (physikalischen) Formeln.
2. These: Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit
Die Lichtgeschwindigkeit ist unter allen Umständen, d.h. in jedem Inertialsystem und unabhängig von der Geschwindigkeit des Betrachters relativ zur Lichtquelle, immer gleich.
An einem Beispiel wird deutlich, wie „unlogisch" diese These eigentlich für den menschlichen Verstand ist:

Beispiel [nach 2,3]
Ein Mann auf der Erde wirft einen Stein und sieht, wie dieser sich mit 50km/h von ihm entfernt. Ein Autofahrer, der mit 30km/h in Wurfrichtung fährt, sieht ihn sich mit 50km/h - 30km/h = 20km/h von sich fortbewegen. Würde er mit 50km/ fahren, so stünde der Stein relativ zu ihm logischerweise still.



Nun schaltet der Mann eine Taschenlampe ein und „sieht“, wie sich ein Photon mit 300.000km/s (ungefähr $2{,}99792458 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s} = c = Lichtgeschwindigkeit$) von ihm entfernt. Ein UFO-Pilot, der mit 100.000km/s in Leuchtrichtung fliegt, sieht, wie sich das Photon mit 200.000km/s von ihm fortbewegt, so könnte man glauben. Tatsächlich sieht aber auch er, wie dasselbe Photon sich mit 300.000km/s von ihm entfernt; Daran würde sich auch nichts ändern, wenn er mit 200.000km/s, nahezu mit Lichtgeschwindigkeit, oder sogar rückwärts fliegen würde.

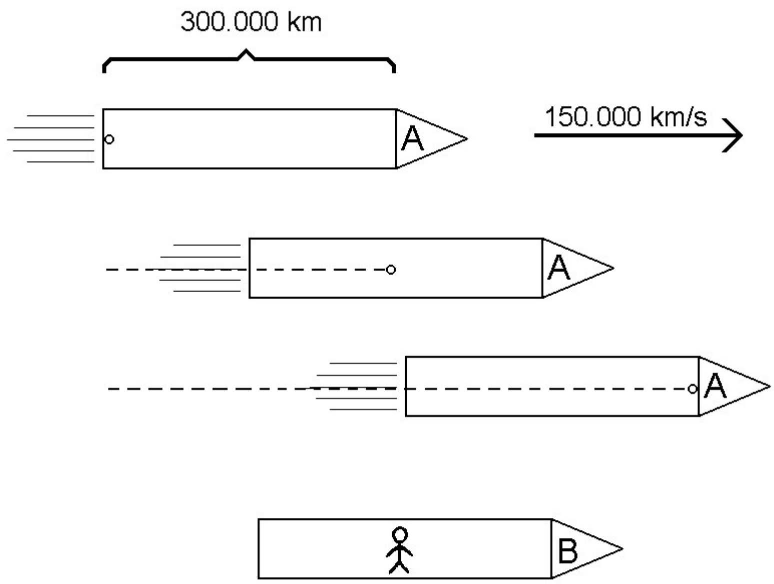


Erstaunlich ist, dass Einstein diese Theorien nicht durch praktische Versuche, sondern rein theoretisch und intuitiv entwickelte. Erst Jahre später gelang es den Forschern, diese Behauptungen experimentell zu beweisen.

Beweis [nach 2]
Ein Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit wurde erstmals 1913 durchgeführt:
Astronomen hatten den ersten Doppelstern entdeckt, eine Konstellation aus zwei Sternen, die sich mit großer Geschwindigkeit umeinander drehen. Wegen zu geringer Auflösung der bisher verwendeten Teleskope hatte man Doppelsterne vorher für einen pulsierenden Stern gehalten. Bei einem Doppelstern bewegt sich also immer ein Stern auf die Erde zu und der andere entfernt sich von ihr. So könnte man annehmen, ein Lichtstrahl vom ersten Stern hätte eine größere Geschwindigkeit als einer des zweiten. Aber mit Hilfe von Präzisionsinstrumenten gelang es 1913, die Geschwindigkeit beider Strahlen zu messen – sie waren genau gleich, nämlich Lichtgeschwindigkeit, womit Einsteins These bewiesen war.

Aus diesen zwei Thesen entwickelte Einstein durch gezielte Gedankenexperimente, die wir gleich ansatzweise nachzuvollziehen versuchen, und durch strenge Anwendung der mathematischen Prinzipien seine spezielle Relativitätstheorie.

Gedankenexperiment [nach 1,2,3]
Stellen wir uns eine 300.000km lange Rakete A vor, die mit halber Lichtgeschwindigkeit ½ c an einer ebenfalls 300.000km langen Rakete B vorbeifliegt. Im Heck beider Raketen befindet sich jeweils eine Lampe, die in regelmäßigen Abständen kurze Lichtblitze aussendet.
Der Pilot von Rakete B sieht nun, wie ein Photon vom Heck der Rakete A mit Lichtgeschwindigkeit c in Richtung Spitze von A losfliegt. Da sich Rakete A während des Fluges mit ½ c weiterbewegt, kommt das Photon erst nach 600.000km Flugstrecke in Spitze A an, dafür benötigt es eine Zeit von $t = \frac{s}{c} = \frac{600.000km \cdot s}{300.000km} = 2s$.



Was aber beobachtet Pilot A? Er kann nicht mit Bestimmtheit sagen, wie schnell er durch das stillstehende

Universum fliegt, und darf somit nach Einsteins erster These von seiner Rakete A (Inertialsystem) als stillstehend ausgehen und mit den gängigen physikalischen Formeln rechnen. Folglich müsste ein Photon $t = \frac{s}{c} = \frac{300.000km \cdot s}{300.000km} = 1s$ für den Flug vom Heck bis zur Raketenspitze benötigen.

Was stimmt nun? Beide Überlegungen sind vollkommen korrekt, aber sie schließen sich gegenseitig aus. Irgendeinen unbekannten Faktor müssen wir übersehen haben. Es bieten sich drei Lösungsmöglichkeiten an:

1. Möglichkeit: Die Geschwindigkeit des Photons ist je nach Standort des Betrachters unterschiedlich, also für Pilot B normale 300.000km/s = c und für Pilot A schneller als c, damit er 1s stoppen kann.

2. Möglichkeit: Die Länge von Rakete A schrumpft, ohne dass Pilot A es bemerkt, für ihn ist seine Rakete A immer noch 300.000km lang. Also braucht das Photon für beide Piloten wirklich nur 1s, allerdings stellt Pilot B fest, dass die zurückgelegte Strecke wesentlich kürzer als 300.000km ist.

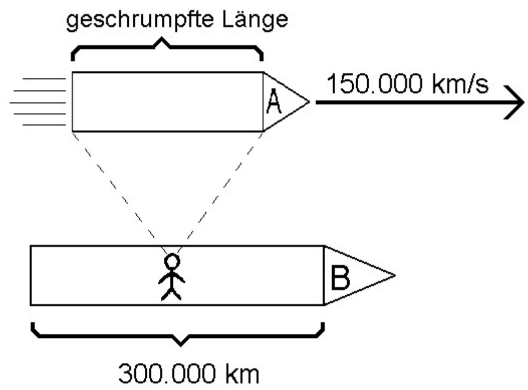
3. Möglichkeit: Die Zeit und somit auch die Uhren in Rakete A gehen langsamer als in Rakete B. Deswegen stoppt Pilot A nur 1s, während die Uhr von Pilot B mehr als 1s für den Flug anzeigt.

Die erste Möglichkeit scheidet von vorneherein aus, denn Einstein sagt in seiner zweiten These, dass die Lichtgeschwindigkeit immer und überall konstant 300.000km/s beträgt, also für Pilot A wie für Pilot B. Was tatsächlich geschieht ist eine Kombination aus 2. und 3.: Rakete A verkürzt sich auf eine bestimmte Länge, und gleichzeitig vergeht die Zeit in ihr etwas langsamer; Beide Effekte, die wir gleich einzeln betrachten werden, lassen das mit Lichtgeschwindigkeit fliegende Photon aus der Perspektive von Pilot A die Raketenlänge in nur einer Sekunde zurücklegen. [1/345-347,2/63-75,3]

2.2. Längenkontraktion

Rakete A fliegt mit 150.000km/s an Rakete B vorbei. Die Lampe im Heck schickt ein Photon los, das mit Lichtgeschwindigkeit c in Richtung Spitze fliegt. Da Pilot A seine Bewegung relativ zum Universum nicht feststellen kann, darf er nach Einsteins erster These davon ausgehen, dass seine Rakete A stillsteht (und dass es Rakete B ist, die sich bewegt) und Vorgänge in seiner Rakete mit den gängigen physikalischen Formeln berechnen. Nach der Formel $t = \frac{s}{v}$ müsste das Photon also genau $t = \frac{300.000km \cdot s}{300.000km} = 1s$ benötigen. Pilot B aber erkennt, dass sich während des Photonenflugs auch die ganze Rakete A relativ zu ihm weiterbewegt, wodurch das Photon niemals in 1s in der Raketenspitze ankommen kann.

Um die Situation zu bereinigen schrumpft die Länge von Rakete A, allerdings bemerkt Pilot A selbst nichts von dieser Schrumpfung, für ihn ist seine Rakete A immer noch 300.000km lang (Eigenlänge). Aus der Sicht von Pilot B ist die Raketenlänge geschrumpft, also kommt das Photon aus der Sicht beider Piloten tatsächlich in 1s in der Raketenspitze an, aber Pilot B sieht, dass es gar nicht die volle Entfernung zurücklegen musste.



Aber um wie viel schrumpft die Rakete? Erinnern wir uns an die erste Gleichung von Lorentz, die die Längenschrumpfung des Inferometers beschreibt - sie lässt sich leicht auf unser Raketenbeispiel übertragen:

$$s_{verkürzt} = s_{gemessen}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l_{B \to A(geschrumpft)} = l_{A \to A(normal)}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

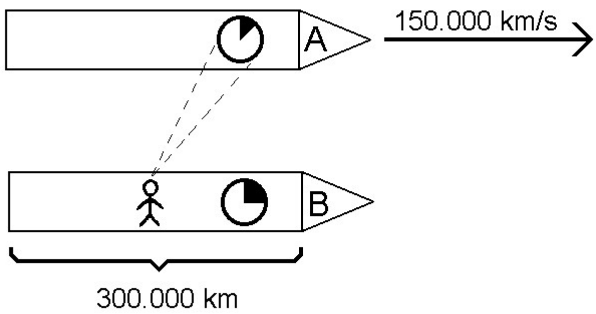
$$300.000km\sqrt{1-\frac{(150.000km)^2 s^2}{s^2(300.000km)^2}} = 259.807{,}6km$$

Je schneller Rakete A an Rakete B vorbeifliegt, desto größer ist die Kontraktion und desto stärker schrumpft Rakete A von Pilot B aus gesehen zusammen. Steht sie relativ zu Rakete B still $(v = 0)$, dann befinden sich beide Raketen im selben Inertialsystem, somit hat Rakete A auch für Pilot B die Eigenlänge von 300.000km.

Könnte sie mit c fliegen, so würde sie von Pilot B aus gesehen auf Länge Null schrumpfen und „verschwinden". Es stellt sich die Frage, wieso Pilot A nicht bemerkt, wie seine eigene Rakete schrumpft. Die Antwort ist eigentlich ganz einfach: Weil nicht nur die Rakete schrumpft, sondern der ganze Raum in ihr. Somit wird sich auch ein Maßband in der Länge verkürzen, da es sich im selben Inertialsystem befindet würde eine Messung unverändert 300.000km ergeben. Dabei sieht Pilot B genau, dass am einen Ende des Maßbandes 0 und am anderen Ende 300.000 steht, dass der Abstand in Wirklichkeit aber geringer ist. Was aber sieht Pilot A? Aus seiner Perspektive ist es Rakete B, die mit 150.000km/s an ihm vorbeifliegt, also scheint Rakete B für ihn geschrumpft, und Pilot B scheint das nicht zu bemerken. [1/352,2/77-90,3]

2.3. Zeitdilatation

Wir gehen noch einmal von derselben Ausgangsposition aus:
Rakete A fliegt mit 150.000km/s an Rakete B vorbei. Die Lampe im Heck schickt ein Photon los, das mit Lichtgeschwindigkeit c in Richtung Spitze fliegt. Da Pilot A seine Bewegung relativ zum Universum nicht feststellen kann, nimmt er an, dass seine Rakete A stillsteht. Also müsste das Photon genau 1s für den Flug benötigen. Pilot B aber erkennt, dass sich während des Photonenflugs auch die ganze Rakete A relativ zu ihm weiterbewegt, wodurch das Photon niemals in 1s in der Raketenspitze ankommen kann.
Diesmal lassen wir die Länge der Rakete außer Acht und suchen eine Lösung über Zeitverkürzung: Die Uhren in Rakete A müssen langsamer gehen als die in Rakete B, wovon Pilot A wieder einmal nichts bemerkt. Für ihn geht seine Uhr mit völlig normaler Geschwindigkeit, aber Pilot B sieht, dass sich die Zeiger der Uhren in Rakete A eindeutig langsamer bewegen als in seiner Rakete B. Also braucht das Photon länger als 1s, um zur Raketenspitze zu gelangen, aber die Uhr von Pilot A geht langsamer, so dass er wieder nur 1s stoppt. Die Zeit, die eine bewegte Uhr misst, heißt Eigenzeit.



Um herauszufinden, wie viel schneller die Uhren in Rakete B gehen, kann man wieder auf die bereits von Lorentz hergeleitete Formel für die künstliche Zeit zurückgreifen und sie auf unser Experiment übertragen:

$$t_{künstlich} = t_{gemessen}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

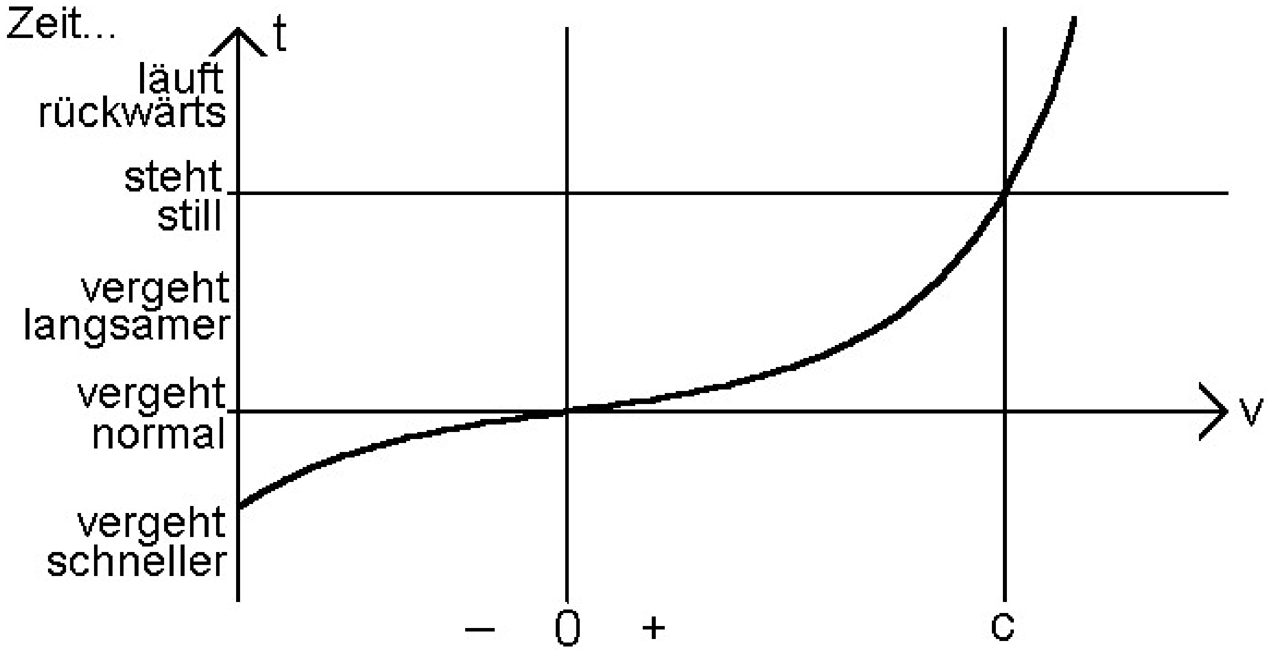
$$\Rightarrow t_{verkürzt(A)} = t_{normal(B)}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Leftrightarrow t_{normal(B)} = \frac{t_{verkürzt(A)}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1s}{\sqrt{1-\frac{(150.000km)^2\cdot s^2}{s^2(300.000km)^2}}} = 1{,}1547s$$

Je schneller Rakete A an Rakete B vorbeifliegt, desto langsamer gehen die Uhren in ihr im Verhältnis zu denen in Rakete B. Befinden sich beide Raketen im selben Inertialsystem (beide stehen relativ zueinender still), so gehen die Uhren beider Raketen gleichschnell, könnte Rakete A mit Lichtgeschwindigkeit c fliegen, so stünden die Uhren in ihr still – die Zeit würde stehen bleiben.
Wieso bemerkt Pilot A gar nicht, dass seine Uhren langsamer gehen? Nun gehen ja nicht nur die Uhren nach, sondern die Zeit in Rakete A verstreicht langsamer, also atmet Pilot A langsamer, bewegt sich langsamer, sein Herz schlägt langsamer, und da er auch langsamer denkt, geht seine Uhr für ihn völlig normal.
Was sieht Pilot A? Aus seiner Perspektive ist es wiederum Rakete B, die mit 150.000km/s an ihm vorbeifliegt,

folglich sieht er, wie in Rakete B die Uhren langsamer zu gehen scheinen, wovon der Pilot A nichts zu bemerken scheint.

Nun könnte man auf die Idee kommen, diesen Effekt der Zeitdilatation als Zeitmaschine zu nutzen. In eingeschränktem Maße wäre das durchaus möglich, ein Beispiel:
Einer von zwei Zwillingsbrüdern steigt in ein Raumschiff, und fliegt mit sehr hoher Geschwindigkeit (annähernd Lichtgeschwindigkeit) durch das Weltall. Dadurch vergeht die Eigenzeit des Raumschiffes sehr langsam, und der Zwilling altert kaum. Irgendwann kehrt er wieder zur Erde zurück und trifft seinen Zwillingsbruder, der in der Zwischenzeit ein alter Mann geworden ist.
Fälschlicherweise könnte man annehmen, dass der auf der Erde gebliebene Zwilling ebenfalls langsam altert, weil er sich vom Raumschiff aus gesehen mit derselben Geschwindigkeit bewegt, wie das Raumschiff von der Erde aus gesehen. Das Ergebnis wäre, dass beide Zwillinge jeweils jünger sind als der andere (Zwillingsparadoxon), was verständlicherweise ausgeschlossen ist. Tatsächlich vergeht nur die Zeit im beschleunigten Inertialsystem, also im Raumschiff, langsamer da die Uhren allein durch Beschleunigung die Synchronisation mit den Erduhren verlieren.



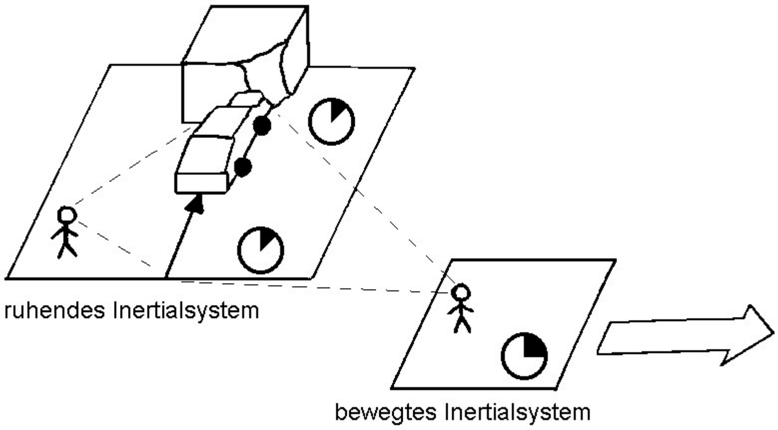
Wie schon gesagt, es ist nicht alles machbar. Theoretisch gesehen könnte man schneller als mit Lichtgeschwindigkeit fliegen und dabei jünger werden, oder man flöge mit einer negativen Geschwindigkeit und würde schneller altern. Logischerweise kann man solche Geschwindigkeiten nicht erreichen.
[1/348-349,2/91-110,3]

2.4. Massenzunahme

Versucht man, ein Elektron so lang zu beschleunigen, bis es schneller als das Licht ist (beispielsweise im Synchronzyklotron), so steht man vor einem Rätsel: Wenn das Elektron theoretisch gesehen (nach klassischer Berechnung) längst ein Vielfaches der Lichtgeschwindigkeit erreicht haben müsste, ist es nicht einmal bei der einfachen Lichtgeschwindigkeit selbst angelangt. Egal wie lange man zusätzliche Energie hinzuführt - niemals wird das Elektron Lichtgeschwindigkeit erreichen, oder gar überschreiten.
Die Erklärung dafür liefert die spezielle Relativitätstheorie: Je höher die Geschwindigkeit eines Objekts ist, desto größer wird seine Masse. Nähert es sich der Lichtgeschwindigkeit, so steigt die sogenannte „dynamische Masse“ (= Ruhemasse + relativistische Massenzunahme bei Geschwindigkeit) gegen unendlich. Da aber selbst das Universum nur eine endliche (nach Einstein, $\rightarrow$ 3.5.) Masse besitzt, liegt nahe, dass nie ein Objekt (ausgenommen das Licht selbst, also ein Photon) die Lichtgeschwindigkeit erreichen kann.
Aber wie stark nimmt die Masse zu? Mit einem Gedankenexperiment lässt sich eine Formel für die dynamische Masse abhängig von der Ruhemasse und der Geschwindigkeit herleiten:

Gedankenexperiment [nach 1]

In einem Inertialsystem A fährt ein Auto mit der Ruhemasse $m_{0A} = 1t$ gegen eine Wand, die durch den Aufprall verformt wird. Seine Geschwindigkeit ist während des Vorgangs konstant, sie wird gemessen durch zwei Uhren im Abstand von $s_A = 100m$, an denen es vor dem Crash vorbeifährt. Vom Inertialsystem A aus gesehen benötigt es für diese Strecke $t_A = 4s$, folglich ist die Geschwindigkeit



$$v_A = \frac{s_A}{t_A} = \frac{100m}{4s} = 25\frac{km}{h}$$

und der Impuls $p_A = m_A v_A = 1.000kg \cdot 25\frac{km}{h} = 25.000\frac{kg \cdot m}{s}$.

Betrachtet man den Crash aus einem anderen Inertialsystem B, welches sich mit $v_S = \frac{6}{10}c$ relativ zu System A und senkrecht zur Fahrtrichtung des Autos bewegt, so bleibt die Strecke von 100m konstant $s_A = s_B$, da sie nicht parallel zur Bewegungsrichtung von Inertialsystem B verläuft; Selbstverständlich ist auch die Verformung der Wand von System B aus gesehen genauso stark, folglich bleibt auch der Impuls derselbe $p_A = p_B$. Nur die Zeit in Inertialsystem A vergeht relativ zu Inertialsystem B langsamer:

$$t_B = t_A \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_S{}^2}{c^2}}} = \frac{4s}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{6}{10}c\right)^2}{c^2}}} = 5s$$

Während die Uhren in System A $t_A = 4s$ anzeigen, zeigt eine Uhr in System B $t_B = 5s$ an für die Zeit, die das Auto für die 100m Weg benötigt. Hieraus errechnet sich eine andere Geschwindigkeit v_B für das Auto:

$$v_B = \frac{s_B}{t_B} = \frac{100m}{5s} = 20\frac{m}{s}$$

Vergleicht man nun die beiden Impulsgleichungen, stellt man fest, dass das Auto von System B aus gesehen eine andere Masse haben muss.

$$p_A = m_A v_A = m_B v_B = p_B \Leftrightarrow 1.000kg \cdot 25\frac{m}{s} = m_B \cdot 20\frac{m}{s} \Leftrightarrow m_B = 1.000kg\frac{25m \cdot s}{s \cdot 20m} = 1.250kg$$

Allgemein gilt:

1.

$$p_A = m_A\frac{s_A}{t_A} = m_B\frac{s_B}{t_B} = p_B \Leftrightarrow m_B = m_A\frac{s_A t_B}{t_A s_B} = m_A\frac{t_B}{t_A}$$

2.

$$t_A = t_B\sqrt{1 - \frac{v_S{}^2}{c^2}} \Leftrightarrow \frac{t_B}{t_A} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_S{}^2}{c^2}}}$$

Ergebnis:

$$m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1-\frac{v_S{}^2}{c^2}}} \text{ und ganz allgemein: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 ist die Ruhemasse, m die dynamische Masse. Bei kleinen Geschwindigkeiten ist die Abweichung von der klassischen Rechnungsweise nur unwesentlich, bis 1/10 c besteht kein nennenswerter Unterschied zur klassischen Formel; Steigt die Geschwindigkeit jedoch gegen c, so steigt die dynamische Masse gegen unendlich.
Führt man einem langsamen Teilchen (< 1/10 c) Energie zu, fließt anfänglich der Großteil in die Geschwindigkeit, nur ein minimaler Bruchteil vergrößert die Masse des Teilchens.
Bei hohen Geschwindigkeiten (> 8/10 c) wirkt nur noch ein winziger Teil der hinzugefügten Energie beschleunigend, fast alle aufgenommene Energie schlägt sich in der nun rasch zunehmenden dynamischen Masse nieder. [1/360-361,2/111-124,3]

2.5. Materie - eine Form von Energie
In der klassischen Physik gilt der Satz der Massenerhaltung, und der der Erhaltung der kinetischen Energie eines Objekts. Anhand eines Versuches wird deutlich, dass sich mit der relativistischen Physik etwas daran ändern muss:

Versuch [nach 1/362]
Schießt man zwei Protonen aufeinander, so kann es sein, dass beide einen Teil ihrer kinetischen Energie verlieren. Man kann beobachten, dass bei dem Zusammenstoß ein neues Teilchen, ein sog $\pi°$-Meson entsteht, das eine eigene Ruhemasse besitzt.
Es scheint also Masse „aus dem Nichts“ entstanden zu sein, was mit dem Satz der Massenerhaltung nicht zu erklären ist. Gleichzeitig ist durch den Geschwindigkeitsverlust, der dem Gesetz der Erhaltung der kinetischen Energie widerspricht, ein bisschen dynamische Masse der Protonen „ins Nichts“ verschwunden. Es liegt nahe, dass die verlorene Energie und somit auch Masse der Protonen das Meson gebildet hat. „In der relativistischen Physik verschmelzen die beiden klassischen Erhaltungssätze von Masse und kinetischer Energie zu einem Erhaltungssatz der Gesamtenergie, der äquivalent zum Erhaltungssatz der dynamischen Masse ist.“ [Zitat 1/363]

Wie hängen nun Energie und Masse zusammen? Durch Umformungen und Näherungen erhält man die wohlbekannte Formel $E = mc^2$:
Wir beginnen mit der Formel für die dynamische Masse abzüglich der Ruhemasse und setzten die Formel für die relativistische Massenzunahme ein:

$$m - m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0 = m_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) = m_0\left(\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right)$$

Für kleinere Geschwindigkeiten kann man den Term mit Hilfe einer Näherung wesentlich vereinfachen:

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1v^2}{2c^2}$$

$$\Rightarrow m - m_0 = m_0\left(\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right) \approx m_0\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right) = \frac{1}{2}m_0 v^2 \frac{1}{c^2} = \frac{E_{kin}}{c^2} \Leftrightarrow E_{kin} = (m - m_0)c^2$$

Im allgemeinen Fall (auch größere Geschwindigkeiten) gilt die Näherung zwar nicht mehr, man darf aber noch von der Formel für die relativistisch-kinetische Energie E_{kin} ausgehen.

$$E_{kin} = (m - m_0)c^2 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$$

Da m_0 die Masse des stillstehenden Teilchens ist, erscheint es logisch, dass m_0c^2 die Ruhemasse darstellt.

$E_0 = m_0c^2$

Setzt man die Ergebnisse nun in die Formel für die Gesamtmasse ein, so ergibt sich:

$E = E_{kin} + E_0 = (mc^2 - m_0c^2) + (m_0c^2) = mc^2$

$\boxed{\Rightarrow E = mc^2}$

Was sagt diese Formel aus? Ganz einfach: Masse und damit Materie sind eine Form von Energie. Somit ist in jedem Stein auf dieser Erde, in jedem Gramm Materie eine riesige Energiemenge eingeschlossen. Das wurde erstmals eindrucksvoll bewiesen, als ein paar Gramm Plutonium in Energie umgewandelt wurden, und diese Energie eine Großstadt in Schutt und Asche legte - mit der Atombombe. [1/362-363,2/127-130,3]

3. Die allgemeine Relativitätstheorie

3.1. Verallgemeinerung der speziellen Relativitätstheorie

Die spezielle Relativitätstheorie heißt speziell, weil sie von dem Spezialfall ausgeht, dass sich zwei Inertialsysteme gradlinig zueinander und mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Aber Einstein wollte eine allgemeingültige Theorie aufstellen, die auch für beschleunigte Bewegungen mit Richtungsänderungen gilt. Bei der Arbeit daran fand er unter anderem auch eine neue Erklärung für die Gravitation, die als Gravitationstheorie in die allgemeine Relativitätstheorie einfloss, und er entwickelte eine völlig neue Theorie über den Aufbau unseres Universums.

Die spezielle Relativitätstheorie basiert allein auf zwei Thesen ($\rightarrow$ 2.1.), nämlich dem Relativitätsprinzip und dem der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Könnte man nun beweisen, dass diese Prinzipien genauso für beschleunigte Bewegungen mit Richtungsänderungen gelten, so würden die bisherigen Ergebnisse und Formeln auch für den allgemeinen Fall zutreffen. [1/367,2/134]

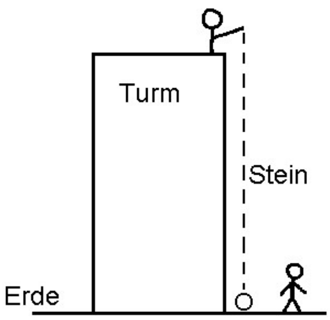
3.2. Raumkrümmung

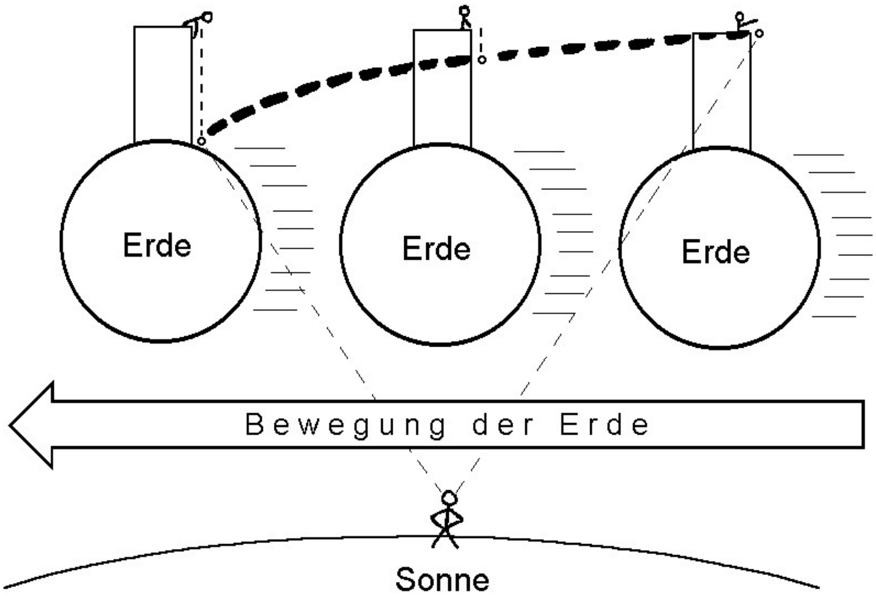
Einsteins zweite These würde auf den allgemeinen Fall übertragen aussagen: Der Pilot aus 2.1. sieht, dass sich das Photon konstant mit Lichtgeschwindigkeit entfernt, auch während er stark beschleunigt oder stark abbremst. Wenn sich das Photon mit Lichtgeschwindigkeit vom Piloten entfernt, egal, ob dieser mit 100.000km/s oder mit 200.000km/s fliegt, warum sollte es anders sein, wenn er von 100.000km/s auf 200.000km/s beschleunigt oder von 200.000km/s auf 100.000km/s abbremst? Einstein ging davon aus, dass sich das Licht auch im allgemeinen Fall für jeden Beobachter in jedem Inertialsystem mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Um die erste These zu untersuchen, hier ein Gedankenexperiment:

Gedankenexperiment [nach 2]

Stellen wir uns noch einmal einen Mann in einer Rakete vor, die mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch das Universum fliegt. Da der Mann sich im selben Inertialsystem befindet, kann er nicht feststellen, ob die Rakete sich bewegt, oder ob die Sterne an ihr vorbeifliegen, das besagt Einsteins erste These. Beschleunigt die Rakete aber, so wird der Mann durch die Trägheit seines Körpers auf den Boden der Rakete gedrückt. Würde er jetzt einen Stein fallen lassen, würde der nicht schwerelos durch die Rakete schweben, sondern durch die Trägheit zu Boden fallen. Daraus könnte der Mann schließen, dass er beschleunigt wird, sich folglich bewegt, womit Einsteins erste These für den Fall der Beschleunigung widerlegt wäre. Aber, fragte sich Einstein, könnte der Mann nicht auch glauben, die Rakete stände auf einem Planeten, dessen Schwerkraft ihn auf den Boden drückt und den Stein fallen lässt? Hätte die Rakete kein Fenster, so könnte der Mann nicht unterscheiden, ob die Gravitationskraft des Planeten ihn mit g anzieht, oder ob die Rakete mit a=g beschleunigt und die Trägheit auf ihn wirkt. Diese Unmöglichkeit der Unterscheidung von Gravitation und Trägheit nennt man Äquivalenzprinzip.

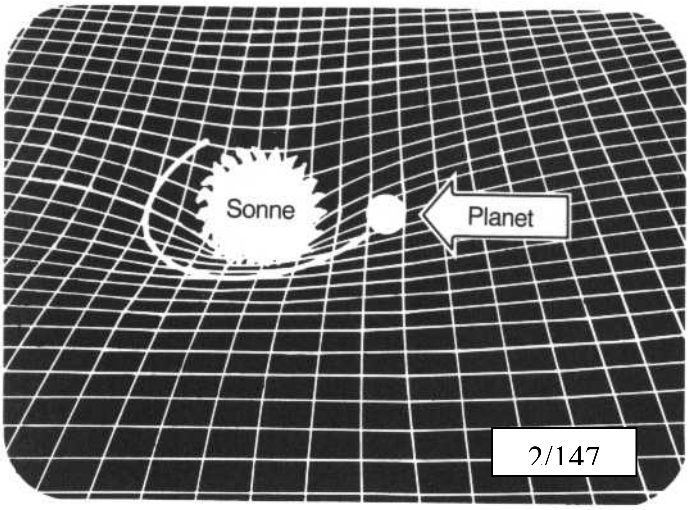
Dem Anschein nach sind Gravitation und Trägheit genau dasselbe, oder besser: Das Phänomen der Schwerkraft, das bisher noch niemand vernünftig erklären konnte, ist in Wirklichkeit eine bestimmte Trägheit.
Um Einsteins Schlussfolgerung zu verstehen, müssen wir uns mit der Beschaffenheit des Raumes beschäftigen. Unser Raum ist vierdimensional: Drei Raumdimensionen und die Dimension der Zeit, bei der die menschliche Vorstellungskraft endet - wie kann man sich bildlich vier Dimensionen vorstellen?
Jetzt benötigen wir den Begriff der Geodäte: Eine Geodäte im zwei- und dreidimensionalen Raum ist der kürzeste Abstand zwischen zwei Punkten. Beispiele: eine gerade Linie auf dem Papier (zweidimensional), eine Diagonale im Quader (dreidimensional), oder auf der Erdoberfläche ein Kreisbogen, da die kürzeste Verbindung zweier Punkte auf einer Kugel immer ein Kreisbogen ist. Eine Geodäte in der vierten Dimension, der Zeit, ist nur sehr schwer vorstellbar, aber nach Einstein ist es ein Weg mit der größtmöglichen Zeitspanne. Ein Komet fliegt z.B. auf einer Geodäte, wenn er sich so langsam wie möglich bewegt. Somit würde eine Uhr auf diesem Kometen nach der speziellen Relativitätstheorie schnellstmöglich gehen und so die größtmögliche Zeitspanne für den Flug des Kometen anzeigen.
Stellen wir uns vor, ein Mann wirft von einem Turm auf der Erde eine Kugel herunter. Von der Erde aus betrachtet, fällt diese auf einer geraden Bahn zu Boden. Betrachtete man denselben Vorgang allerdings von der Sonne, so wäre diese Bahn ganz und gar nicht mehr gerade, da sich die Erde während des Falls bewegt und die Kugel mitnimmt: Es ergibt sich ein Kreisbogen. Wie die endgültige Bahn der Kugel aussieht, werden wir wohl niemals wissen, da wir sie uns zu diesem Zweck von einem Punkt anschauen müssten, der im Universum völlig still steht, den wir aber nach Einsteins erster These niemals finden werden. Auf jeden Fall würde es ein Kreisbogen sein (wenn nicht doch die Erde völlig still im Mittelpunkt des Universums steht...).





Ein Komet beschreibt einen Weg, „der eine Geodäte in der vierdimensionalen Raum-Zeit darstellt. Wenn wir unseren Schatten auf dem Boden betrachten, sehen wir das zweidimensionale Abbild einer dreidimensionalen Wirklichkeit. Wenn wir den Weg eines Kometen betrachten, sehen wir ein dreidimensionales Bild einer vierdimensionalen Wirklichkeit - einer Geodäte in der vierdimensionalen Raum-Zeit.“ [Zitat 2/144-145]
Wie kann man sich das vierdimensionale Raum-Zeit-System vorstellen? Ein guter Vergleich ist ein gespanntes Gummituch. Eine Kugel auf dem Tuch stellt die Sonne dar, sie krümmt das elastische Gummituch trichterförmig, allein durch ihre Masse. Legt man eine kleinere Erde-Kugel auf das Tuch, rollt diese auf die Sonnenkugel zu und wird von dem Trichter eingefangen und auf eine Kreisbahn um die Sonnenkugel herum gelenkt. Auch die Erde-Kugel krümmt das Gummituch, durch diese Krümmung würde eine kleinere Mondkugel

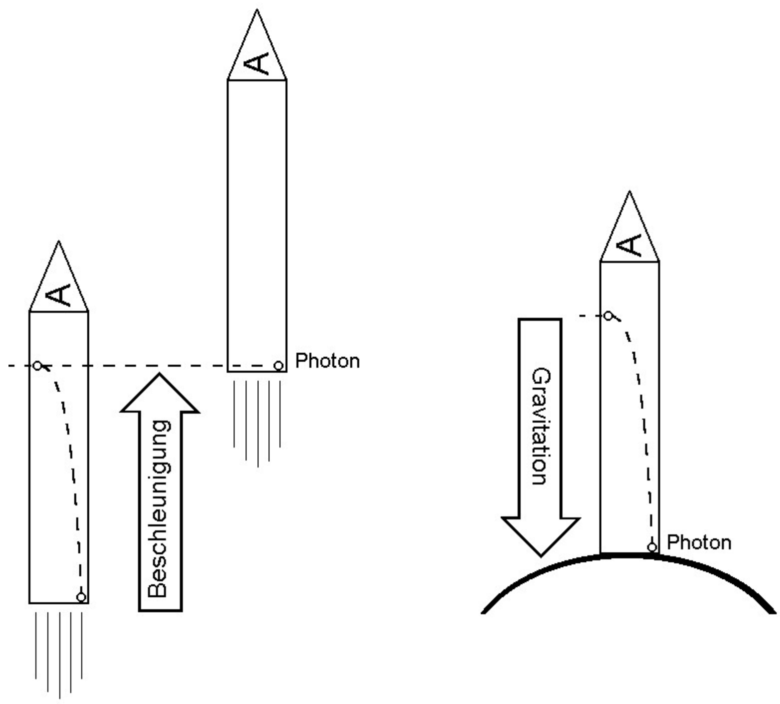
auf eine Erdumlaufbahn gezwungen. So wie die Kugeln durch ihre Masse das Gummituch krümmen, so krümmt auch die echte Sonne durch ihre Masse die vierdimensionale Raum-Zeit. Jeder Körper im Universum krümmt die Raum-Zeit, je mehr Masse er besitzt, desto stärker ist die Krümmung. Die Erde wird also nicht von irgendeiner mysteriösen Gravitationskraft der Sonne angezogen, sondern sie folgt einfach einer vierdimensionalen Geodäte und wird von der Raumkrümmung der Sonne auf einer Umlaufbahn um diese gehalten. Auch die Erde krümmt die vierdimensionale Raum-Zeit, nicht so stark wie die Sonne, denn sie hat ja viel weniger Masse, aber durch diese Raumkrümmung hält sie den Mond auf seiner Umlaufbahn, und uns Menschen auf ihrer Oberfläche.



Dieser Gummituchvergleich zeigt, wie man sich die vierdimensionale Raum-Zeit-Krümmung bildlich vorstellen kann. Dazu stellt er dreidimensional dar, weil für den menschlichen Verstand verständlicher, was eigentlich vierdimensional ist - er ist also nicht fehlerfrei. Diese Vorstellung arbeitete Einstein weiter aus, entwickelte Formeln, mit denen man die Trägheit in der vierdimensionalen Raum-Zeit berechnen kann. Er stellte auch fest, dass der leere Weltraum nicht einfach das Nichts sein kann, sondern dass der Raum irgendeine Substanz besitzen muss, die geformt bzw. gekrümmt ist. Auch diese Form hat Einstein durch Formeln in seiner Gravitationstheorie beschrieben. Die Gravitationstheorie stellt einen wichtigen Teil der allgemeinen Relativitätstheorie dar.

Um zum Ausgangspunkt dieses Kapitels zurückzukehren: Eigentlich wollte Einstein nur beweisen, dass seine zwei Thesen auch für beschleunigte und richtungswechselnde Bewegungen gelten, was er hiermit geschafft hatte: Man kann nie unterscheiden zwischen „richtiger" Beschleunigung und „Gravitationsbeschleunigung" (was ja im Endeffekt dasselbe ist), folglich kann man so keine Bewegung relativ zum Universum feststellen, womit auch die erste These für den allgemeinen Fall bewiesen wäre.

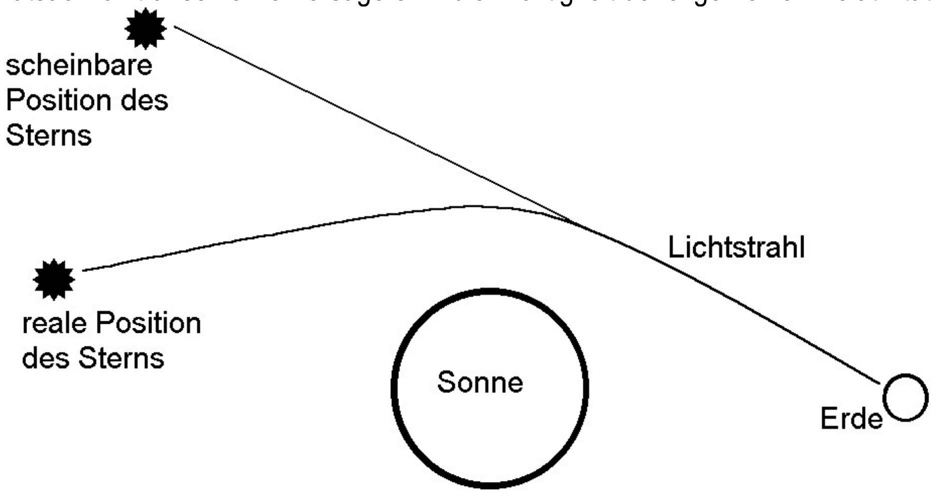
Also gelten die Formeln für Zeitdilatation, Längenkontraktion und dynamische Massenzunahme auch für beschleunigte und nicht gradlinige Bewegungen, also mit Richtungsänderung; Natürlich müsste man diese Formeln für beschleunigte Bewegungen über Integrale anpassen, deren Erörterung allerdings den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.
[1/367,2/130-147,3,5]



3.3. Beugung des Lichts

Wenn in unsere stark beschleunigte Rakete aus 3.2. von der Seite ein Photon hineinfliegt, so müsste der Mann bei sehr hoher Geschwindigkeit sehen, wie das Photon in einem Bogen vor ihm auf den Boden fällt, da die Rakete ja senkrecht zum Photon beschleunigt. Da er nicht ausschließen kann, dass er auf einem Planeten steht, könnte er auch annehmen, das Photon wäre von der großen Gravitation des Planeten angezogen und abgelenkt worden. Durch solch eine Überlegung gelangte Einstein zu dem Schluss, dass auch Licht unter dem Einfluss einer großen Schwerkraft und somit im Bereich einer starken Raum-Zeit-Krümmung abgelenkt bzw. gebeugt wird.

Um dies zu überprüfen schlug er vor, man solle bei der Sonnenfinsternis im Mai 1919 Aufnahmen von den Sternen dicht neben der Sonne machen. Da Lichtstrahlen dieser Sterne nahe an der Sonne vorbei verlaufen um auf die Erde zu treffen, müssten sie besonders stark gebeugt werden, falls Einsteins Theorie zutraf. Dadurch würde die scheinbare Position dieser Sterne von der Erde aus gesehen leicht von ihrer wirklichen und errechneten Position abweichen. Mit den Formeln seiner allgemeinen Relativitätstheorie rechnete er diesen Effekt mit ein und erstellte so eine Prognose, was man am Tag der Sonnenfinsternis sehen würde. Tatsächlich traf seine Vorhersage ein - die Richtigkeit der allgemeinen Relativitätstheorie war bewiesen!



[1/368-369,2/150-156,3]

3.4. Schwarze Löcher

Wenn unsere Rakete sehr schnell durch das Weltall fliegt, und dabei noch beschleunigt, so vergeht nach der speziellen Relativitätstheorie die Zeit in ihr langsamer. Da man Trägheit bei Beschleunigung nicht eindeutig von der Gravitationskraft unterscheiden kann, müsste derselbe Effekt auf einem Planeten mit sehr großer Gravitation, bzw. an einem Ort sehr starker Raumkrümmung auftreten. Also altert ein Mann auf einem Planeten mit einer sehr großen Schwerkraft langsamer als sein Zwillingsbruder auf der Erde.

Im Universum gibt es sogenannte Neutronensterne mit einer riesigen Masse (bis zur dreifachen Masse der Sonne) und einem vergleichsweise winzigen Radius (< 13km). Folglich haben solche Sterne eine riesige Gravitationskraft, unter der ihr eigenes Volumen zusammenschrumpft, sie „kollabieren". In der Nähe eines Neutronensterns ist die Raum-Zeit besonders stark gekrümmt, hier ist die Lichtbeugung und die Zeitdilatation überaus stark.

Verdichtet sich ein Neutronenstern so stark, dass sein Radius den Schwarzschild-Radius (nach Karl Schwarzschild) unterschreitet, dann herrscht auf ihm die sogenannte „Singularität" der Raum-Zeit, d.h. „die Zeit bleibt stehen und der Raum wird unendlich." [Zitat 1/562] Man nennt solch ein Objekt „schwarzes Loch", aus verständlichem Grund: Die Gravitation eines schwarzen Loches ist so unvorstellbar groß, dass es Materie und sogar Licht „aufsaugt" und nichts mehr freigibt, auch das Licht wird an seiner Oberfläche vollständig gebeugt, so dass kein einziges Photon herausgelangen kann. Deswegen kann man ein schwarzes Loch visuell gar nicht wahrnehmen.

Den Schwarzschild-Radius R_S eines Himmelskörpers kann man mit folgender Formel errechnen:

$$R_S = \frac{2\gamma m}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} m^3 \cdot 3 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} kg}{kg \cdot s^2 \left(3 \cdot 10^8 m\right)^2} = 8.849 m \approx 9 km$$

Setzt man die maximale Masse eines Neutronensterns (dreifache Sonnenmasse), so erhält man den ungefähren maximalen Radius eines schwarzen Loches: 9km. [1/562-563,2/168,3,5]

3.5. Die Größe des Universums

Durch die Relativitätstheorie wurden Fragen nach der Entstehung, dem Alter und der Größe des Universums laut. Auch Einstein beteiligte sich an der Suche nach der Antwort auf diese Fragen. 1917 veröffentlichte er seine „Kosmologischen Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie".
Eine elementare Frage war die, ob das Universum begrenzt oder unbegrenzt, und ob es endlich oder unendlich ist. Die Erde z.B. ist unbegrenzt, weil man nicht irgendwo herunterfallen kann, und sie ist endlich, weil sie logischerweise nur eine begrenzte Masse hat.
Nach Newton ist das Universum begrenzt und endlich: Er dachte, es beinhalte eine endliche Gesamtmasse, die sich auf alle Himmelskörper verteilt und um die herum das leere Nichts ist. Dieses Universum könnte man verlassen, indem man den äußersten Stern hinter sich lässt.
Leibnitz dachte, das Universum sei unbegrenzt und unendlich; eine unendliche Masse verteilt sich gleichmäßig auf einen unendlich weiten Raum.
Einsteins Theorie besagt, dass das Universum beschaffen ist wie die Erde: Unbegrenzt und endlich.

Vergleich [nach 3]
Wie kann man sich das vorstellen? Vor Kopernikus dachten die Menschen, die Erde sein eine zweidimensionale Scheibe, an deren Rand man herunterfallen würde. Hätte sich ein Seefahrer aufgemacht, und wäre in Richtung Westen gesegelt, so wäre er vielleicht irgendwann wieder von Osten kommend an seinem Ausgangsort angelangt, und niemand hätte sich das erklären können, da man von der Erde noch nicht als dreidimensionaler Kugel dachte. Würde eine Rakete vom Nordpol starten und immer weiter geradeaus in das Weltall hinaus fliegen, so käme sie nach Einstein irgendwann wieder am Südpol an.

Das können wir uns analog nicht erklären, weil wir nur dreidimensional vom Universum denken (können) und die vierdimensionale Raum-Zeit-Krümmung unsere Vorstellungskraft übersteigt. Einstein ging also von einer endlichen Masse im Weltall aus, das unbegrenzte Universum stellte er sich vor wie eine Kugel ohne Außenfläche - eine Idee, die wir in unserem dreidimensionalen Denken für ziemlich verrückt halten. Die Kosmologischen Betrachtungen Einsteins entsprechen heute nicht mehr der modernen astronomischen Vorstellung vom Universum, trotzdem hält man diese Arbeit für den Anfang der modernen Kosmologie.
Abschließend kann man sagen: Auf diesem Bereich der Physik gibt es einfach Fragen, die wohl nie beantwortet, und Theorien, die niemals bewiesen werden können - hier endet die Physik und die Philosophie beginnt. [2/158-170,3,5]

Das Schönste, was wir erleben können, ist das Geheimnisvolle.
Albert Einstein

4. Zusammenfassung

Das physikalische Weltbild wandelte sich häufig im Laufe der Jahrhunderte. Viele gute Ansätze der Griechen gingen im Mittelalter wieder verloren zugunsten eines eher religiösen Weltbildes mit der Erde im Mittelpunkt, um die sich alles dreht. Erst durch technischen Fortschritt konnte man das Universum besser erforschen und realistischer beschreiben.
Um die Frage zu klären, wie sich Licht im Weltall ausbreitet, versuchten Wissenschaftler, ein Medium für die Lichtwellen, den sogenannten Äther, zu beweisen. Allerdings mussten sie bald feststellen, dass dieser nicht nachzuweisen war. Zur Erklärung dieser Tatsache dachte man erstmals über die Möglichkeit der Längenkontraktion und über verschiedene Zeitdimensionen nach. Erst Einstein konnte diese einzelnen Elemente logisch miteinander verknüpfen und in seiner speziellen Relativitätstheorie zusammenfassen.

Diese Theorie basiert allein auf zwei Grundprinzipien:

1. Das Relativitätsprinzip. In einem Inertialsystem folgt alle Masse dem Trägheitsprinzip, alles bewegt sich mit derselben Geschwindigkeit in dieselbe Richtung. Das Relativitätsprinzip besagt, dass es unmöglich ist, die Bewegung eines Inertialsystems relativ zum stillstehenden Universum festzustellen. Die Folge hieraus ist, dass jedes Inertialsystem zur Beschreibung von Experimenten als ein stillstehendes betrachtet werden kann, und dass in jedem die gängigen Formeln gelten.

2. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Danach ist die Lichtgeschwindigkeit von jedem Inertialsystem aus gesehen konstant, relative Bewegungen der Lichtquelle zum Betrachter sind völlig unerheblich.

Über Gedankenexperimente gelangte Einstein zu den Hauptaussagen seiner Relativitätstheorie:

1. Die Längenkontraktion. Im eigenen Inertialsystem hat ein bestimmter Abstand seine größtmögliche Länge l (Eigenlänge). Betrachtet man denselben Abstand aus einem anderen Inertialsystem, welches sich relativ zum ersten mit einer Geschwindigkeit v und mit der Bewegungsrichtung parallel zum Abstand bewegt, so verkürzt sich die Länge dieses Abstandes mit zunehmender Geschwindigkeit auf l':

$$l' = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

2. Die Zeitdilatation. Stoppt man die Dauer eines Vorgangs im eigenen Inertialsystem, so erhält man die kürzestmögliche Zeit t (Eigenzeit). Stoppt man denselben Vorgang aus einem anderen Inertialsystem, das sich relativ zum ersten mit einer Geschwindigkeit v bewegt, so dehnt sich diese Zeit mit zunehmender Geschwindigkeit aus auf t':

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

3. Die relativistische Massenzunahme. Beschleunigt man ein Objekt der Ruhemasse m_0 auf eine Geschwindigkeit v, so nimmt auch seine Masse m zu:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Durch diesen Effekt kann nie ein Objekt (ausgenommen ein Photon) jemals Lichtgeschwindigkeit erreichen, da seine Masse dabei ins Unendliche steigen würde, es aber nur begrenzte Masse bzw. Energie im Universum gibt.

4. Äquivalenz von Energie und Masse. Die Gesamtenergie eines Objekts berechnet sich aus der Ruheenergie E_0 zuzüglich der (eventuellen) kinetischen Energie E_{kin}:

$$E = E_0 + E_{kin} = m_0 c^2 + \left(mc^2 - m_0 c^2\right) = mc^2$$

wobei

$$E_{kin} = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Durch diese Verknüpfung von Energie und Masse verbinden sich der Massen- und der Impulserhaltungssatz zum Satz von der **Erhaltung der Gesamt- bzw. Impulsenergie**.

In der speziellen Relativitätstheorie gelten diese Aussagen nur für gradlinige und unbeschleunigte Bewegungen. Mit der allgemeinen Relativitätstheorie bewies Einstein sie auch für beschleunigte Bewegungen mit Richtungsänderung.
Hierbei stieß er auf ein anderes Prinzip, nämlich das der **Äquivalenz von Gravitation und Trägheit.** Es besagt, dass man nicht zwischen der Trägheit infolge einer Beschleunigung und der Gravitationskraft einer großen Masse unterscheiden kann.
Darauf baute Einstein die Theorie der **Raumkrümmung** auf: Große Massen krümmen das vierdimensionale Raum-Zeit-System und ziehen auf diese Art und Weise andere Massen (Gravitation) und Licht an. Genau wie bei beschleunigten Bewegungen vergeht in der Nähe von Massen die Zeit langsamer. Den Extremfall findet man in einem sogenannten **schwarzen Loch**: Die immense Masse eines Neutronensterns ist auf einen winzig kleinen Raum konzentriert, sodass hier die **Singularität der Raum-Zeit** herrscht, d.h. die Zeit steht still und der Raum ist unendlich weit. Durch ihre große Raumkrümmung saugen schwarze Löcher Materie und Licht auf, und geben nichts davon mehr frei.
In seinen „Kosmologischen Betrachtungen“ stellt Einstein die Theorie auf, es gäbe nur eine begrenzte Masse bzw. Energie im Universum, aber der Raum sei unendlich, d.h. man kann niemals ein Ende der vierdimensionalen Raum-Zeit erreichen.

5. Quellenangabe

1. Joachim Grehn und Joachim Krause: Metzler Physik, Schroedel Verlag GmbH, Hannover
   (Inhalt, Formeln, Beispiele)
2. Gerald Kahan: Einsteins Relativitätstheorie, DuMont Buchverlag, Köln
   (Aufbau, Formeln, Vergleiche, Zeichnungen)
3. Russell Stannard: Onkel Albert... (drei Bände), Loewes Verlag, Bindlach
   (Idee, Gedankenexperimente)
4. Bertelsmann neues Lexikon in zehn Bänden, Verlagsgruppe Bertelsmann GmbH, Gütersloh
   (Daten, Forscher)
5. ZDF-Reihe „Geheimnisse unseres Universums“ mit Joachim Bublath
   (Vergleiche)
6. Zitate- und Sprücheforum http://www.korduan.de
   (Zitate)

Bilder und Zeichnungen soweit nicht anders angegeben: nach 1,2